

Надійності математична модель

Надійності математична модель — аналітично чи статистично представлений об'єкт, який відображає основні властивості технічної системи з погляду надійності, і надає повну інформацію про її надійнісні характеристики та параметри. Побудова моделі надійності передбачає визначення аналітичного виразу для імовірності безвідмовної роботи об'єкта.

Поняття моделі й моделювання

Модель — це умовне зображення об'єкта, що відбиває його найістотніші характеристики, необхідні для проведення дослідження.

Моделювання — наукова теорія побудови і реалізації моделей, за допомогою яких досліджуються явища і процеси в природі та суспільному житті. Наукова робота — це в основній частині моделювання: створення моделей в лабораторних установках, створення графічних моделей у вигляді схем і креслень, побудова математичних моделей тощо.

Методи моделювання надійності

Складність технічних систем зумовлює великі розмірності їхніх математичних моделей, що практично унеможливує їх формування та аналіз ручними способами. Необхідне поєднання аналітичних методів дослідження надійності з обчислювальними можливостями комп'ютерів.

Вибір моделей надійності здійснюють на основі аналізу фізики процесів, що призводять до відмов, досвіду експлуатації, законів розподілу наробітку виробів до відмови аналогічних виробів.

У ряді випадків наявні визначені залежності між механізмами відмов і видами функцій розподілу, які дозволяють зробити їхній обґрунтований вибір. При цьому важливо апроксимувати характеристики надійності відомими теоретичними функціями розподілу.

В табл.1 наведені головні закони розподілу часу безвідмовної роботи, що застосовуються як моделі надійності виробів, та їхні характеристики.

Як додаткову інформацію використовують відомості про характер зміни $R_i(t)$, $f_i(t)$ і $\lambda_i(t)$, які визначають за формулами:

$$f_i(t) = \frac{\Delta n_i}{N_0 \Delta t}; \quad \lambda_i(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t) \Delta t}; \quad R(t) = \frac{N(t)}{N_0},$$

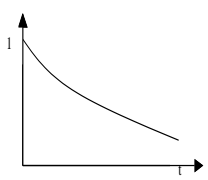
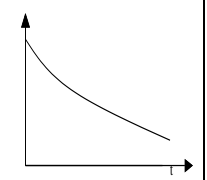
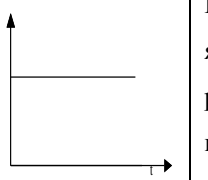
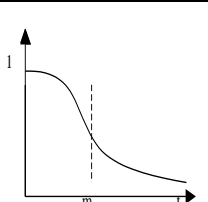
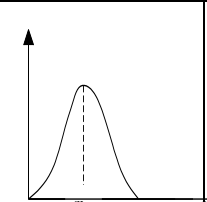
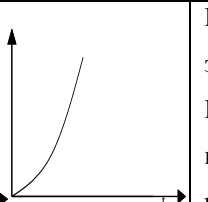
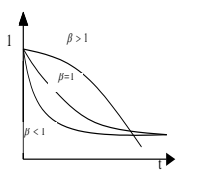
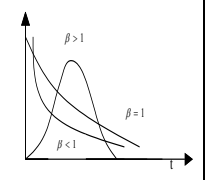
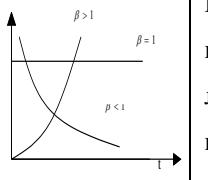
де Δn_i - кількість відмов у i -му інтервалі;

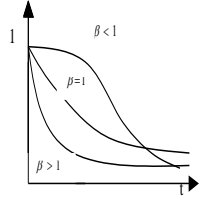
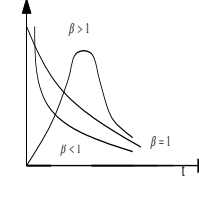
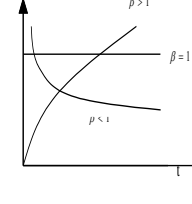
N_0 - загальна кількість виробів;

Δt - інтервал наробітку;

$N(t)$ - кількість працездатних виробів до моменту часу t .

Таблиця 1. Закони розподілу та їхні характеристики

Закон розподілу	Характеристики			Застосування розподілу
	P(t)	f(t)	$\lambda(t)$	
<p>Експоненційний:</p> $P(t) = e^{-\lambda t},$ $f(t) = \lambda e^{-\lambda t},$ $\lambda(t) = const$				<p>При аналізі складних систем, які пройшли період приробу; раптових відмовах, що виникли внаслідок дефектів технології, в теорії масового обслуговування.</p> <p>Цьому закону підпорядкований наробіток між послідовними відмовами, в режимі який установився.</p>
<p>Нормальний :</p> $P(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_i^{\infty} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt,$ $f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}},$ $\lambda(t) = \frac{1}{\sigma} \frac{f_0\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\Phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)\right)}$				<p>При відмовах внаслідок зношення та старіння елементів</p> <p>При відмовах внаслідок впливу великої кількості факторів, рівнозначних за величиною</p>
<p>Вейбулла:</p> $P(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{\beta}},$ $f(t) = \frac{\beta}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{\beta}},$ $\lambda(t) = \frac{\beta}{a^{\beta}} t^{\beta-1}$				<p>При описі термінів служби підшипників, електронних ламп, характеристик міцності, втомлісної стійкості, а також характеристик довговічності механічних систем.</p>

<p>Гама-розподіл:</p> $P(t) = \int_0^t \frac{a^b t^{b-1} e^{-at}}{\Gamma(b)} dt,$ $f(t) = \frac{a^b}{\Gamma(b)} e^{-at} t^{b-1},$ $\lambda(t) = \frac{t^{b-1} e^{-at}}{\int_t^\infty t^{b-1} e^{-at} dt}$				<p>При описі наробітку до відмови внаслідок зношення чи накопичення пошкоджень, наробітку системи з резервними елементами, часу відновлення ($\Gamma(\beta)$-гама функція).</p>
---	---	---	--	--

На ранніх стадіях життєвого циклу технічних виробів потрібна модель прогнозування надійності, оскільки немає відомостей про відмови. Моделі такого типу призначені для передбачення кількості помилок і зараховані до імовірносних моделей надійності. Модель зростання надійності потрібна для оцінки поточного рівня надійності, часу і ресурсів, необхідних для досягнення заданого рівня надійності. Моделі такого типу належать до імовірнісно-фізичних моделей надійності технічних об'єктів.

Незалежно від складності об'єкт (елемент, система, складна система з резервуванням) має певну функцію розподілу наробітку (модель відмов), і вся проблема оцінки показників надійності об'єкта зводиться до оцінки параметрів цього розподілу.

Імовірнісно-фізичні моделі (DM-, DN- і α - розподіл) спеціально побудовані для опису відмов об'єктів на підставі аналізу фізичних процесів деградації, які зумовлюють відмови. На відміну від імовірносних моделей вони є фізично обґрунтованими моделями, які враховують фізичну природу відмов та дозволяють для оцінки надійності використовувати характеристики фізичних явищ, які формують відмови об'єктів.

Типові моделі випадкових фізичних процесів деградації наведені на рис.2, де показано реалізації визначальних параметрів для сукупності однотипних об'єктів.

Наведені моделі відповідають широкому класу фізичних процесів деградації (втоми, зношування, корозії, старіння тощо). Усі зовнішні чинники, які визначають надійність та пов'язані з конструкцією, властивостями використовуваних матеріалів, технологією виготовлення, рівнем виробництва й експлуатації, у кінцевому підсумку впливають на нахил (середню швидкість

процесів деградації) і розсіяння реалізацій, не змінюючи схеми формалізації і типу розподілу. Тип розподілу у схемі формалізації, яка розглядається, визначається характером фізичного процесу деградації. Зокрема, детермінованим, монотонним чи немонотонним видом його реалізацій.

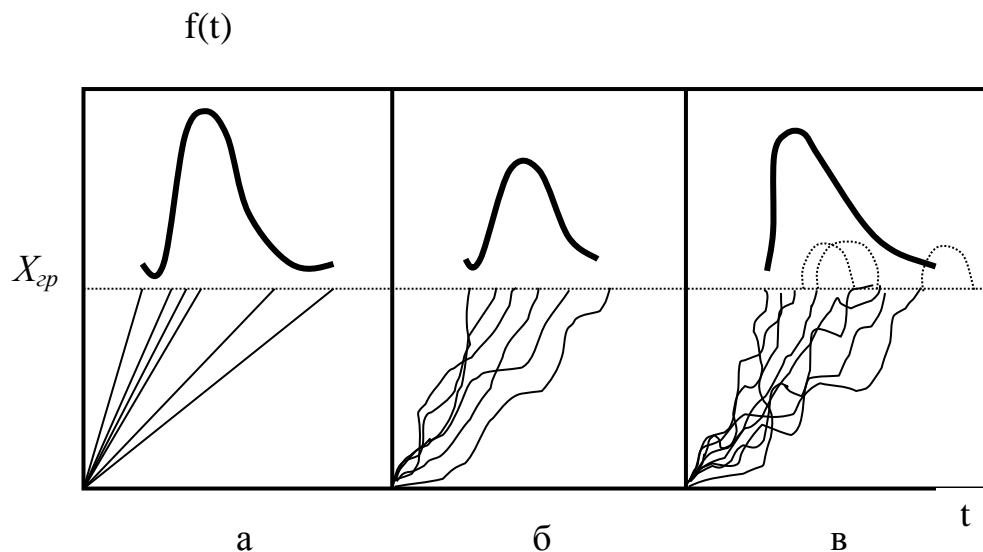


Рис.1. Моделі випадкових процесів деградації і схем формування розподілу наробітку до відмови

а – віяловий процес (α -розподіл); б – марковський монотонний процес (DM-розподіл); в – марковський немонотонний процес (DN-розподіл)

Параметри α -розподілу мають таку інтерпретацію:

- параметр масштабу β дорівнює величині, зворотній середній швидкості змінювання визначального параметра ;
- параметр форми α дорівнює зворотній величині коефіцієнта варіації швидкості змінювання визначального параметра.

Якщо фізичний процес деградації об'єкта описується випадковим віяловим процесом типу (рис.2, модель а), то у такому випадку розподіл відмов буде апроксимуватися α -розподілом (табл.1).

Таблиця 2. Основні характеристики α -розподілу

Характеристика α -розподілу	Розрахункова формула
Щільність імовірності	$f(t) = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\alpha t - \beta)^2}{2t^2} \right]$

Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = \Phi\left(\frac{\alpha t - \beta}{t}\right)$
Модель надійності (імовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = \Phi\left(\frac{\beta - \alpha t}{t}\right)$

Характеристики процесу деградації повністю визначаються початковим станом (якістю вироблення зразків) і не залежать від механо-фізико-хімічних процесів деградації, які відбуваються в об'єктах під впливом зовнішніх умов та часу.

Обидві моделі (рис.3., моделі б, в) подаються однорідним марковським процесом дифузійного типу. Визначення розподілу наробітку до першої відмови об'єктів у такому випадку зводиться до вирішення завдання першого досягнення процесом межі ділянки (граничного рівня).

Параметри двопараметричних дифузійних розподілів мають фізичну інтерпретацію:

- параметр масштабу μ дорівнює величині, зворотній середній швидкості змінювання визначального параметра (нормованого на граничне значення);

- параметр форми ν дорівнює коефіцієнту варіації швидкості змінювання визначального параметра.

Якщо фізичний процес деградації об'єкта описується випадковим процесом з монотонними реалізаціями (рис..2, модель б), то розподіл відмов буде апроксимуватися дифузійним монотонним розподілом (DM-розподіл) (табл..2).

Незворотний характер мають процеси руйнування у разі втоми, механічного зношення, корозії та старіння, тобто процеси, притаманні механічним об'єктам.

Таблиця 3. Основні характеристики DM- розподілу

Характеристика DM-розподілу	Розрахункова формула
Щільність ймовірності	$f(t) = \frac{(t + \mu)}{2\nu\sqrt{2\pi\mu t}} \exp\left[-\frac{(t - \mu)^2}{2\nu^2\mu t}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = DM(t; \mu; \nu) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right)$

Модель надійності (ймовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{v\sqrt{\mu t}}\right)$
--	---

Якщо фізичний процес деградації об'єкта описується випадковим процесом з немонотонними реалізаціями (рис..2, модель *в*), чи у загальному випадку з монотонними і немонотонними реалізаціями, то розподіл відмов буде апроксимуватися дифузійним немонотонним розподілом (DN-розподіл) (табл.3).

Немонотонний характер змінювання деяких фізичних параметрів спостерігається у виробках електронної техніки, наприклад, у випадку електроміграції при тонкоплівковій металізації, у випадку генерації та пересування зарядів на поверхні кристалу напівпровідникових структур тощо. Таким чином, процеси деградації виробів електронної техніки поряд з монотонними реалізаціями (скупчення дислокацій, пластичні деформації, механічне руйнування через втому) внаслідок електричних явищ мають і немонотонні реалізації. Тому у загальному випадку прийнято розглядати деградацію електронної техніки як процес з немонотонними реалізаціями.

Таблиця 4. Основні характеристики DN-розподілу

Характеристика DN-розподілу	Розрахункова формула
Щільність імовірності	$f(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{vt\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t - \mu)^2}{2v^2\mu t}\right]$
Модель відмов (функція розподілу)	$F(t) = DN(t; \mu; v) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right) + e^{2v^{-2}} \Phi\left(\frac{t + \mu}{v\sqrt{\mu t}}\right)$
Модель надійності (ймовірність безвідмовної роботи)	$R(t) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{v\sqrt{\mu t}}\right) - e^{2v^{-2}} \Phi\left(-\frac{\mu + t}{v\sqrt{\mu t}}\right)$

Якщо встановлено, що відмови зумовлені незворотними процесами типу механічне зношення, втома та корозія, то за теоретичну модель відмов слід

прийняти DM-розподіл. Для всіх механічних елементів (деталей машин і апаратури) найбільш придатною моделлю відмов є DM-розподіл, при цьому оцінка коефіцієнта варіації може бути в інтервалі від 0,3 до 0,7.

Якщо встановлено, що об'єкт складається з елементів, які мають вироби електронної техніки (інтегральні мікросхеми, напівпровідникові прилади, конденсатори тощо) чи інші електротехнічні вироби, то для таких об'єктів більш придатною моделлю відмов є DN-розподіл.

Джерела

ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. Чинний від 1996-01-01.

ДСТУ 3433-96. Моделі відмов. Основні положення. Чинний від 1999-01-01.

Література

Барзилович Е. Ю. Модели технического обслуживания сложных систем. Москва : Высшая школа. 1982. 230 с.

Барзилович Е. Ю., Воскобоев В. Ф. Эксплуатация авиационных систем по состоянию. Москва : Транспорт, 1984. 318 с.

Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Москва : Радио и связь, 1988. 392 с.

Бурлаков В. І., Ленков С. В., Салімов Р. М. Основи надійності повітряних суден та авіаційних двигунів. Київ : НАУ, 2004. 172 с.

В. І. Бурлаков